

**ZENON J. RIDRUEJO\***

## **Las expectativas de precios y la política monetaria óptima: una revisión\*\***

---

Las viejas hipótesis keynesianas sobre la influencia que las rigideces de precios en los diversos mercados ejercían en la producción, el empleo y las condiciones de equilibrio del sistema, han sido revisadas a la luz del análisis de las decisiones en los mercados con información imperfecta y costes de ajuste, especialmente en el ámbito del mercado de trabajo. Así, cabe que el sistema manifieste síntomas de desequilibrio, incluso sostenidos, si, a pesar de las flexibilidades necesarias en los mercados, se asumen costes de ajuste. Un acontecimiento inesperado o su reiteración no sistemática pueden degenerar en un proceso de desequilibrio, afectando a los niveles de producción y empleo, si se supone la inexistencia de una adecuada información. A partir de estos elementos, la información se constituye, en este tipo de modelos, como el fenómeno crucial sobre el que descansan los análisis del efecto de una variación de la oferta monetaria sobre los niveles de producción y empleo de equilibrio. En el contexto de la nueva teoría "las reacciones a las perturbaciones monetarias de cada empresa o subastador determinarán las elevaciones de precios o de salarios, elevaciones que dependerán, en parte, de las expectativas acerca de los aumentos de precios y salarios efectuados por otras empresas o subastadores"<sup>1</sup>.

1. PHELPS E.S. y TAYLOR J.B. "Stabilizing Powers of Monetary Policy under Rational Expectations" Jour. of Pol. Econ., Vol 85, nº 1 (1977), Pág. 163.

\* Universidad de Santiago. Graduate Institute of International Studies

\*\* Debo reconocer públicamente la deuda contraída con Alexander Swoboda y Nasser Saidi en la realización de este trabajo.

El primer problema a plantear en el nuevo contexto es: ¿Hasta qué punto la política monetaria es eficiente como política anticíclica?, es decir, ¿en qué medida afecta en el corto plazo a la producción, al empleo o al nivel general de precios?. ¿Cuál o cuáles deberían ser los objetivos?. Es obvio que responder a la primera pregunta implica, al menos en un sentido parcial, responder a la última. En todo caso, resta por determinar cuál de los "targets" reales o monetarios "garantizan" sin ambigüedad la eficiencia de la política monetaria, y cuál debe ser la "regla" a emplear. El problema del empleo sistemático, por parte de las autoridades monetarias, de "feedback rules" pasa a constituirse como un elemento central al debate, siendo así que las expectativas racionales implican la irrelevancia de la regla seleccionada. Y, finalmente, el problema de la estanqueidad de la información: ¿Puede adoptarse alguna medida, desde el punto de vista de la autoridad monetaria, que no sea considerada o pase desapercibida por el público?, y, en el mismo orden de cosas, si el gobierno desarrolla una política que se supone óptima y los sujetos son capaces de anticiparla, tal política ¿sigue siendo óptima?. Todos estos problemas se plantean en relación a la capacidad estabilizadora de la política monetaria y en conexión con las hipótesis de expectativas alternativas, sean regresivas o racionales.

Supongamos, siguiendo inicialmente a Sargent y Wallace<sup>2</sup>, que definimos la desviación del PNB respecto al PNB "natural" como:

$$y_t = a_0 + a_1 m_t + \lambda y_{t-1} + u_t \quad (1)$$

donde la perturbación aleatoria (no observable) sigue una distribución

$$N(0, \sigma_u^2).$$

Definimos una "feedback rule" donde la oferta monetaria depende de:

$$m_t = g_0 + g_1 y_{t-1} \quad (2)$$

El problema relevante planteado es ¿cuál debe ser el valor de  $g_0$  y  $g_1$ , que minimizan la varianza del producto?. La conjunción de ambas expresiones implica:

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + a_1 g_0 + a_1 g_1 y_{t-1} + \lambda y_{t-1} + u_t = \\ &= a_0 + a_1 g_0 + (a_1 g_1 + \lambda) y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

2. SARGENT T.J. y WALLACE N. "Rational Expectation and the Theory of Economic Policy" Jour. of Monet. Econ., n° 2 (1976), Pág. 169.

en el steady state, el valor de  $y_t$  será necesariamente el valor esperado<sup>3</sup>, de modo que:

$$E y_t = \frac{a_0 + a_1 g_0}{1 - (a_1 g_1 + \lambda)} = y^* \quad (3)$$

mientras que la varianza de  $y_t$  será:

$$E(y_t - E y_t)^2 = \sigma_y^2 = (a_1 g_1 + \lambda)^2 \sigma_u^2 + \sigma_u^2$$

de modo que:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - (a_1 g_1 + \lambda)^2} \quad (4)$$

El problema para la autoridad monetaria, en términos del planteamiento de Sargent y Wallace, consiste en hallar el parámetro de la regla monetaria que minimice la varianza:

$$\frac{\delta \sigma_y^2}{\delta g_1} = \frac{2(a_1 g_1 + \lambda) \sigma_u^2}{1 - (a_1 g_1 + \lambda)^2} = 0$$

que se concreta en:

$$g_1^* = -\frac{\lambda}{a_1} \quad (5)$$

El valor óptimo de  $g_0$  puede hallarse sustituyendo (5) en (3) tal que:

$$g_0^* = \frac{y^* - a_0}{a_1}$$

de modo que el "target" óptimo implica que:

$$m_t = g_0 + g_1 y_{t-1} = \frac{y^* - a_0}{a_1} - \frac{\lambda}{a_1} y_{t-1}$$

y, en términos de la desviación tendríamos:

$$y_t = a_0 + (y^* - a_0) - \lambda y_{t-1} + \lambda y_{t-1} + u_t = y^* + u_t \quad (6)$$

3. El "target" elegido puede no ser compatible con el steady-state y, en consecuencia, puede ser no controlables. También podría no ser compatible con la estabilidad del sistema.

siendo  $u_t$  un "ruido" irreducible no sistemático. A partir de la expresión anterior se deduce que:  $\sigma_y^2 = \sigma_u^2$ . La política óptima en consecuencia, elimina la correlación histórica de  $y_t$ , siendo  $g^*_0$  y  $g^*_1$  óptimos, los parámetros que eliminan el término  $y_{t-1}$ .

Es de hacer notar que Friedman y Simons, en posiciones ya clásicas acerca del papel de la política monetaria, asumían el criterio de un  $g_0$  constante y predeterminado y un  $g_1 = 0$ . Así, en principio, el criterio o regla de Friedman es claramente inferior a la "feedback rule" empleada. Estas conclusiones son sin duda provisionales, y el análisis de los problemas que hemos planteado requieren de una profundización sobre la base de la formación de expectativas sobre los precios. El juicio de la política monetaria óptima puede verse profundamente influenciado por la naturaleza de la función de expectativas empleada. En este sentido vamos a adoptar, en un primer estadio, una función de expectativas regresivas consistente en una función de precios retardada en el tiempo. La expresión estructural del modelo tipo St. Louis sería:

$$y_t = \& (p_t - p_t^e) + y_{t-1} + u_t \quad (7)$$

expresión evidentemente consistente con la tasa de desempleo "natural" pero no con la hipótesis de expectativas racionales.

$$m_t = y_t + p_t + \epsilon_t \quad (8)$$

que recoge la expresión estocástica del "portfolio" y, finalmente, la expresión de los precios esperados conforme a un retardo distribuido en el tiempo:

$$p_t^e = h(L) p_{t-1} = \sum_{j=0}^{\infty} h_j p_{t-1-j} \quad (9)$$

La resolución conjunta de las tres ecuaciones que componen el sistema nos conducen a una expresión en precios tal como:

$$p_t = \& [1 - h(L)] (m_t - y_t - \epsilon_t) + \lambda y_t + u_t$$

si despejamos la trayectoria del producto:

$$y_t = \frac{\& [1 - h(L) L]}{(1 + \&) - [\&h(L) + \lambda] L} (m_t - \epsilon_t) + \frac{1}{(1 + \&) - [\&h(L) + \lambda] L} u_t$$

o en forma genérica:

$$y_t = a(L) m_t + b(L) \epsilon_t + c(L) u_t$$

donde:

$$a(L) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i L^i$$

$$b(L) = -a(L)$$

$$c(L) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i L^i$$

La regla monetaria propuesta trata de recoger en forma retroactiva todo el conjunto de los factores perturbadores asistemáticos pasados por lo que, si suponemos perfecta información por parte de las autoridades monetarias acerca del pasado, podemos suponer que no incorpora errores específicos:

$$m_t = g_0 + \sum_{i=0}^{\infty} g_{1i} \epsilon_{t-i-1} + \sum_{i=0}^{\infty} g_{2i} u_{t-i-1} \quad (10)$$

que sustituida en la expresión general de la trayectoria del producto (desviación respecto la tasa natural):

$$\begin{aligned} y_t &= a(L) [g_0 + g_1(L)\epsilon_{t-1} + g_2(L)u_{t-1}] + b(L)\epsilon_t + c(L)u_t = \\ &a(L) [g_0 + g_1(L)L\epsilon_t + g_2(L)Lu_t] + b(L)\epsilon_t + c(L)u_t = \\ &a(L)g_0 + [\eta(L) + b(L)]\epsilon_t + [\varphi(L) - c(L)]u_t \end{aligned} \quad (11)$$

siendo:  $a(L)g_0 = \text{Constante}$ .

El problema de la autoridad monetaria consiste en minimizar la varianza del producto respecto a su valor "natural", dadas las restricciones que se vinculan a la información pasada disponible. Es decir:

$$\text{Min } \phi = E \{ (y_t - y^*)^2 \}$$

dados:

$$g_0, g_1(L), g_2(L),$$

La respuesta a este problema de minimización (que se desarrolla en el Apéndice) determina que:

$$y_t = a(L)g_0 + b_0 \epsilon_t + c_0 u_t$$

donde:

$$E y_t = a(L)g_0$$

tal que:

$$E y_t - y^* = a(L)g_0 - y^* = 0$$

de modo que:

$$a(L) g_0 = y^*$$

Es decir que la expresión de la varianza del producto sería:

$$y_t - y^* = b_0 \epsilon_t + c_0 u_t \quad (12)$$

Varios tipos de conclusiones se pueden extraer de este resultado. Primeramente parece claro que la política monetaria suscitada repercute sobre el producto y el empleo en tanto en cuanto los parámetros  $b_0$  y  $c_0$  contienen a los parámetros de la regla política. Este tipo de modelo ofrece un resultado diametralmente opuesto al de los modelos de expectativas racionales del tipo Lucas-Sargent<sup>4</sup>. Pero, en segundo lugar, puesto que el contenido de la expresión (12) tiene un carácter netamente impredecible, suscita la necesidad de que la autoridad monetaria responda a cualquier tipo de variables endógenas antes que tratar de reaccionar ante las perturbaciones asistemáticas pasadas. Por otra parte,

4. Los trabajos iniciales de Lucas y Sargent sobre los que se ha desarrollado una ingente labor posterior son: LUCAS R. "Econometric Testing of the Natural Rate Hypothesis" Reimp. en Exktein O. (Ed) *The Econometrics of Price Determination*. Washington D.C. (1972) y SARGENT T.J. "Rational Expectations, the Real Rate of Interest and the Natural Rate of Unemployment" *Brookings Papers on Econ. Activ.* n° 2. (1973).

las reglas de tipo "feedback" aplicadas en el contexto de un modelo de expectativas regresivas no permiten dominar los efectos de la oferta monetaria y, por lo mismo, cabe suponer que las fluctuaciones de corto plazo puedan ser debidas a la propia política monetaria. El argumento samuelsoniano de "mirar a todo y responder a todo" parece firmemente puesto en tela de juicio<sup>5</sup>.

Hasta ahora hemos supuesto expectativas regresivas en el análisis monetario. Pero supongamos que, en la línea de los modelos Lucas-Sargent las expectativas sobre precios fuesen racionales en lugar de regresivas<sup>6</sup>; es decir que:

$$p_t^e = E p_t / I_t$$

siendo  $I_t$  el conjunto de la información, correspondiente al pasado, situada en  $t$ .

La ecuación del potfolio en función de las nuevas expectativas será:

$$E p_t = E m_t / I_{t-1} - E y_t / I_{t-1} - E \epsilon_t \quad (13)$$

donde, de acuerdo a la distribución habitual de las perturbaciones  $E \epsilon_t = 0$ . Si sustituimos esta expresión en la expresión de la trayectoria del producto:

$$y_t = \& (p_t - E m_t / I_{t-1} - E y_t / I_{t-1}) + \lambda y_{t-1} + u_t = \\ \& (p_t - y_t - \epsilon_t - E m_t / I_{t-1} + E y_t / I_{t-1}) + \lambda y_{t-1} + u_t$$

despejando y considerando que:  $E y_t = \lambda y_{t-1}$

$$y_t (1 + \&) = \& m_t - E m_t / I_{t-1} + (1 + \&) \lambda y_{t-1} - \& \epsilon_t + u_t$$

La filosofía de los modelos de expectativas racionales determina que la política óptima desde el punto de vista de las autoridades monetarias debería ser la reducción o anulación de las variaciones no esperadas de la oferta monetaria, de modo que:

5. Además T. SARGENT y C.A. SIMS han demostrado la posibilidad de que los modelos tipo St. Louis sean inestables. Ver en tal sentido: "Business Cycle Modeling without Pretending" en SIMS C.A. New Methods of Business Cycle Research. Fed. Res. Bank of Minneapolis. (1977).

6. Una excelente presentación y una completa bibliografía pueden encontrarse en: ARGANDOÑA A. "Expectativas Racionales. Una Visión de Conjunto". Rev. Esp. de Econ., Vol 3 (1979).

$$m_t - E m_t = 0$$

es decir que, para valores de  $\lambda \neq 0$ , tendremos:

$$(1 + \lambda) y_t = (1 + \lambda) \lambda y_{t-1} - \lambda \epsilon_t + u_t$$

en otros términos:

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \frac{1}{(1 + \lambda)} (u_t - \lambda \epsilon_t)$$

Esta expresión manifiesta que la política monetaria óptima exige o implica el crecimiento del producto en forma sostenida a tasa proporcional.

La regla monetaria empleada se torna irrelevante, lo que determina que, no importa qué política se adopte, si las expectativas son racionales y las variaciones de la oferta monetaria coinciden plenamente con las previsiones o expectativas acerca de las mismas<sup>7</sup>, el producto se altera según la expresión del steady state a un ritmo constante  $\lambda$ , sin fluctuaciones que no sean promovidas por acontecimientos erráticos período a período. Por lo tanto, seleccionada cualquier regla monetaria, sea o no retroactiva, y "racionalizada" por el público, no genera efectos sobre la producción y el empleo, a no ser que se produzca un error en las autoridades o un cambio inesperado en la regla política.

Este tipo de argumentos reitera la posibilidad de que la regla Friedman-Simons, en el sentido de mantener una tasa de crecimiento fija de la oferta monetaria, pudiera encontrar una contrapartida teórica. No obstante, McCallum<sup>8</sup> ha subrayado que el argumento de Friedman descansa más sobre la ignorancia de la autoridad monetaria acerca del funcionamiento del sistema económico, que en la idea de Lucas-Sargent en el sentido de que las autoridades actúan de acuerdo a un modelo adecuado y certero sobre la actividad económica, y el público, racional y optimizador, asume las pautas de comportamiento de las autoridades monetarias.

7. Al estudiar el efecto riqueza en modelos con información imperfecta tipo "islands", R. BARRO ha demostrado que, supuestas expectativas racionales sobre la propia regla monetaria, la incidencia de la misma depende de las relaciones entre la información disponible por la autoridad y la dispuesta por el público. En tal sentido ver: "Rational Expectations and the Rate of Monetary Policy". Jour. of Monet. Econ., 2 Enero (1976).

8. McCallum B.T. "Price Level Adjustments and the Rational Expectation Approach to Macroeconomic Stabilization Policy" Jour. of Mon. Cred. and Bank., Vol 10, n° 4 Nov. (1978).



Volviendo al ámbito de la aportación de Sargent y Wallace, donde se supone que el público conoce la regla monetaria antes de su propia ejecución ya que:

$$m_t = g_0 + g_1 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (14)$$

por lo que:

$$E_{t-1} m_t = g_0 + g_1 y_{t-1} \quad (15)$$

que substituidas en la expresión de la variación de la producción respecto a su nivel "natural", nos proporcionan:

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + a_1 (m_t - E_{t-1} m_t) + \lambda y_{t-1} + u_t = \\ &= (a_0 - a_1 g_0) + (\lambda - a_1 g_1) y_{t-1} + a_1 (g_0 + g_1 y_{t-1}) + u_t = \\ &= a_0 + \lambda y_{t-1} + a_0 \epsilon_t + u_t \end{aligned}$$

Esta expresión estocástica sobre la variación de  $y_t$  no contiene elemento alguno de la regla monetaria, al no aparecer ni  $g_0$  ni  $g_1$ . En consecuencia, la vieja regla  $g_1 = -\lambda/a_1$  deja de cumplirse taxativamente. No existen elementos de juicio capaces de sugerir una u otra regla de control monetario "feedback" sea sobre variables endógenas o sobre el conjunto de las perturbaciones. Al contrario, la hipótesis de expectativas racionales exige constancia y continuidad en el comportamiento de las autoridades monetarias, eludiendo cualquier empleo discrecional. Sólo en este sentido los modelos de expectativas racionales soportan las tesis de Friedman.

Las críticas a este planteamiento provienen básicamente del desplazamiento temporal de las decisiones de precios y salarios, respecto a la adopción de la regla monetaria correspondiente. Fisher<sup>9</sup> y, de forma casi simultánea, Phelps y Taylor<sup>10</sup>, trabajando sobre la idea de corte keynesiano, acerca de la posibilidad de una relativa rigidez, en el sentido temporal, de precios y salarios, demostraron que la política monetaria podía afectar al producto y al empleo aún a pesar de la existencia de expectativas racionales. El planteamiento de Fisher supone la presencia de contratos bianuales o, en términos más generales, de largo plazo en

9. FISHER S. "Long Term Contracts, Rational Expectations and the Optimal Money Supply Rule", Jour. of Pol. Econ., 85 (1977).

10. PHELPS E.S. y TAYLOR J.B. Ibid, Pág. 173.

el mercado de trabajo no soportados por cláusulas escala móvil o contratos indicados. Phelps-Taylor, por su parte, suponen que las empresas determinan los precios y los subastadores del mercado de trabajo los salarios, con un período de anticipación respecto a la decisión de la regla monetaria. El resultado de ambos supuestos es una toma de decisión, por parte de las autoridades monetarias, con un conocimiento expreso y anticipado de las condiciones de contratación efectivas en los mercados.

Si bien el resultado de la política monetaria en el modelo de Fisher es inambiguo en términos de objetivos tales como el nivel de producción e incluso de la compensación de las perturbaciones pasadas, es incapaz de precisar la efectiva compensación de las perturbaciones corrientes (conclusión similar a la alcanzada en el modelo precedente). En el modelo de Phelps-Taylor, demostrada la influencia de la oferta monetaria sobre el producto, la identificación de un objetivo real preciso, tal como el mantenimiento incondicional del pleno empleo, o la fijación de un tipo de interés monetario, hacen más que dudosa la eficacia de la política monetaria. La causa de esta limitación estriba en que la valoración de objetivos en el período corriente se desprecian los efectos que la política ejerce sobre los precios futuros. Sólo una política monetaria que determinase como objetivo un cierto nivel de precios, o una cierta tasa de inflación, podría eventualmente ser eficiente en términos temporales.

La crítica subyacente en ambas aportaciones parece sugerir que la neutralidad de la política monetaria, bajo condiciones de expectativas racionales, se fundamenta en la exigencia de un sistema de precios perfectamente flexibles, que determinan el equilibrio de los mercados en el período de referencia. McCallum<sup>11</sup> ha demostrado que esto no es así. Si suponemos una regla monetaria simple que contiene una referencia endógena en términos de la oferta monetaria, de forma que, al margen de las perturbaciones no sistemáticas, la autoridad hace crecer la oferta en forma proporcional constante estabilizada, la regla sería:

$$m_t = g_0 + g_1 m_{t-1} + \epsilon_t \quad (16)$$

donde los sujetos conocen y asumen la regla con anticipación, de acuerdo a las expectativas racionales implícitas, tal que:

$$E_{t-1} m_t = g_0 + g_1 m_{t-1}$$

11. McCallum B. Ibid. Pág. 428.

y supuesta nuestra expresión habitual sobre la trayectoria del producto:

$$y_t = a_0 + a_1 (m_t - E_{t-1} m_t) + \lambda y_{t-1} + u_t$$

que, de acuerdo a las expresiones precedentes pasará a ser:

$$y_t = a_0 + a_1 \epsilon_t + \lambda y_{t-1} + u_t$$

tomando en cuenta la expresión del "portfolio":

$$p_t = m_t - y_t - v_t$$

podremos establecer la expresión del nivel general de precios, que será:

$$p_t = m_t - (a_0 + a_1 \epsilon_t + \lambda y_{t-1} + u_t) - v_t$$

donde, de acuerdo con el valor de  $m_t$ , tendremos:

$$p_t = (a_1 g_0 - a_0) + (1 - a_1) m_t + a_1 g_1 m_{t-1} - \lambda y_{t-1} - (u_t + v_t) \quad (17)$$

En el mismo sentido podríamos desarrollar el contenido del término  $\lambda y_{t-1}$  en función de sus correlativos en  $t-2$ , y así sucesivamente; de modo que la expresión del nivel general de precios sería una función retardada del stock monetario, a pesar de la estructura temporal del modelo, en el que los mercados se vacían en un solo período. La conclusión ciertamente soporta la hipótesis Lucas-Sargent, en el sentido de que los cambios del nivel general de precios (o, eventualmente, de la tasa de inflación) promovidos por las variaciones de la oferta monetaria (o de su tasa de variación) se extiende sobre el ámbito de varios períodos. Sin embargo, McCallum proporciona, sin intención aparente, nuevos argumentos acerca de la falta de sentido intuitivo de la política monetaria en el contexto de las expectativas racionales, en cuanto a la dificultad, ya señalada por Phelps y Taylor, para alcanzar objetivos concretos incluso en el propio ámbito de los niveles generales de precios o las tasas de inflación.

El problema se complica si, además de suponer que las decisiones de política monetaria pasada, como concluíamos al analizar el planteamiento de McCallum, las variables corrientes y los comportamientos a ellas vinculados se presumen dependientes de las decisiones políticas

futuras. Se trata, en definitiva, de saber si la teoría del control óptimo define una política monetaria óptima, coherente con la hipótesis de expectativas racionales. Prescott y Kydland<sup>12</sup> han demostrado que la política monetaria óptima, definida como la maximización de una función objeto a lo largo de toda su trayectoria, es inapropiada en el contexto citado, mientras que puede definirse una política subóptima pero consistente, en el sentido de maximizar período a período dicha función.

Se desprende de este resultado un soporte de las reglas monetarias, en tanto en cuanto el plan óptimo en toda su trayectoria no admite una repetición reiterativa del plan óptimo del primer período exigiendo, en consecuencia, una actitud discrecional sistemática. La política monetaria consistente, como secuencia de reglas monetarias una para cada período no es, generalmente, óptima, mientras que la política monetaria óptima, siempre discrecional, no es necesariamente consistente.

#### APENDICE

El problema de minimización propuesto encontraría la siguiente solución:

$$E \{ (y_t - y^*)^2 \} = E \{ [ (y - Ey_t) + (Ey_t - y^*) ]^2 \} =$$

$$E \{ (y_t - Ey_t)^2 + (Ey_t - y^*)^2 + 2(y_t - Ey_t)(Ey_t - y^*) \} =$$

$$E (y_t - Ey_t)^2 + (Ey_t - y^*)^2$$

ya que  $y_t - Ey_t = 0$

Por lo tanto:

$$E \{ (y_t - y)^2 \} = \sigma_y^2 + (Ey_t - y^*)^2$$

12. Para una primera valoración de la aplicabilidad de la teoría del control en este contexto, vid.: PRESCOTT E. "Should Control Theory be Used for Economic Stabilization?". Jour. of Monet. Econ. Supplements. (1977) Pág. 13. y sobre todo, KYDLAND F. y PRESCOTT E. "Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans". Jour. of Pol. Econ. 83 (1977) Pág. 473.

Para hallar  $\sigma_y^2$ , vamos a suponer que:

$$a(L) g_1(L)L \equiv \eta(L) = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i \cdot L^i$$

$$a(L) g_2(L)L \equiv \varphi(L) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i \cdot L^i$$

donde  $i = 1 \dots \infty$ , ya que  $L$  es el término cero.

Por otro lado:

$$b(L) = b_0 + \sum_{i=1}^{\infty} b_i L^i$$

$$c(L) = c_0 + \sum_{i=1}^{\infty} c_i L^i$$

por lo que la expresión (11) del texto:

$$\sigma_y^2 = [b_0^2 + \sum_{i=1}^{\infty} (\eta_i + b_i)^2] \sigma_e^2 + [c_0^2 + \sum_{i=1}^{\infty} (\varphi_i - c_i)^2] \sigma_u^2$$

el proceso de minimización implica que:

$$\frac{\delta \sigma_y^2}{\delta \eta_i} = 2 (\eta_i + b_i) \sigma_e^2 = 0 \quad \forall i \geq 1$$

$$\frac{\delta \sigma_y^2}{\delta \varphi_i} = 2 (\varphi_i - c_i) \sigma_u^2 = 0 \quad \forall i \geq 1$$

luego la elección de la política óptima exige que:

$$\eta_i = -b_i$$

$$\varphi_i = -c_i$$

si tomamos en cuenta que:

$$\eta(L) = a(L)g_1(L)L = \sum_{i=1}^{\infty}$$

si tomamos en cuenta que:

$$\eta(L) = a(L)g_1(L)L = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i L^i = -\sum_{i=1}^{\infty} b_i L^i$$

$$\varphi(L) = a(L)g_2(L)L = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i L^i = -\sum_{i=1}^{\infty} c_i L^i$$

y considerando que:

$$a(L)g_1(L)L = -b(L) + b_0$$

$$a(L)g_2(L)L = -c(L) + c_0$$

la expresión (11) pasaría a ser:

$$y_t = a(L)g_0 + b_0 \epsilon_t + c_0 u_t$$